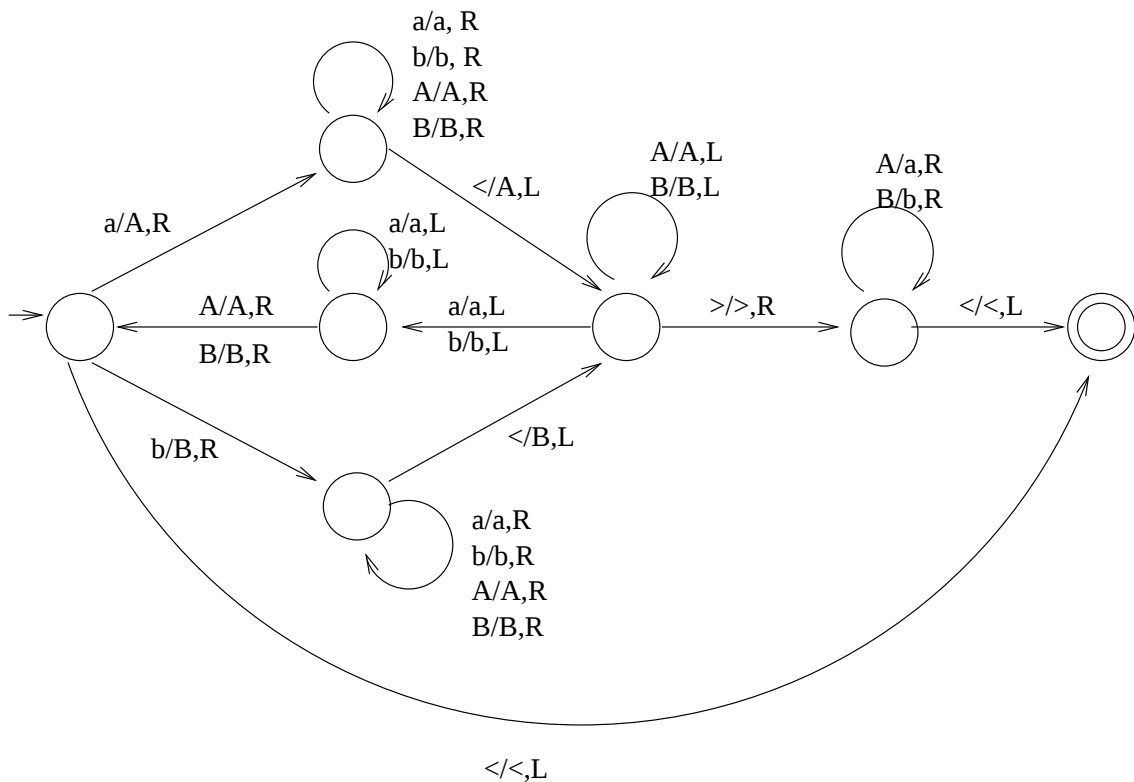


Harjoituksia Turingin koneista

1. Simuloikaa annetun Turingin koneen toimintaa leikkinä. (Harjoitusten pitäjällä on muutamien erikokoisten koneiden siirtymäkaavioita mukanaan.) Mikäli ryhmässä on tarpeeksi opiskelijoita, voivat koneet kilpailla keskenään kielen tunnistuksessa. Kukin opiskelija vastaa yhtä tilaa, käy suorittamassa nauhal-
le tarvittavan kirjoitusoperaation, siirtää nauhapäätä ja antaa kontrollin oi-
kealle seuraajatilalle. Hyväksyvä tai hylkäävä lopputila raportoii tunnistuksen
tuloksesta. (Yksi piste kaikille leikkiin osallistujille!)
2. Mitä oheinen Turingin kone tekee? Simuloi koneen toimintaa erilaisilla a :sta
ja b :stä koostuvilla merkkijonoilla!



3. Laadi Turingin kone, joka lukee syötemerkkijonoa, kunnes se löytää kaksi pe-
räkkäistä a -kirjainta. Syötemerkkijonot koostuvat merkeistä a ja b .
4. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka vähentää ykkösen syötteenä an-
netusta binääriluvusta. Ts. kokonaisluku n annetaan binäärimuodossa merk-
kijonona x , jossa eniten merkitsevät bitit ovat vasemmalla ja vähiten merkit-

sevät oikealla. Jos $n > 0$, kone korvaa x :n luvun $n - 1$ binääriesityksellä. Jos $n = 0$, koneen nauha jää entiselleen.

5. Laadi Turingin kone, joka jakaa syötteenä annetun binääriluvun kahdella, mikäli se on parillinen. Parittomalla luvulla siirrytään hylkäävään tilaan. Luku esitetään
 - a) merkitsevin bitti oikealla
 - b) merkitsevin bitti vasemmalla
6. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen $\{ww^R | w \in \{a, b\}^*\}$.
7. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka muuntaa merkkijonon w merkkijonoksi ww^R ($w \in \{a, b\}^*$).
8. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen $\{w \in \{a, b\}^* | w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä}\}$.
9. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka luettelee kaikki kielen 1^n , $n = 0, 1, \dots$ sanat. Kone käynnistetään tyhjällä syötenauhalla ja se generoi unaarilukuja 1, 11, 111, 1111, ... (Huom! Koneesi ei koskaan pysähdy!)
10. Laadi Turingin kone, joka generoi kaikkien luonnollisten lukujen binaariesitykset 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, ... Voit esittää binaariluvut vähiten merkitsevä bitti vasemmalla.
11. Laadi 2-nauhainen Turingin kone, joka saa syötejonon $w \in \{a, b\}^*$ 1. nauhalla ja kirjoittaa 2. nauhalle jonon w^R ($=w$ käännettynä). Voit sallia siirtosuunnan $S=p$ pysy paikallaan.
12. Laadi 3-nauhainen Turingin kone, joka laskee bitti-and -operaation. Kone saa kahdella ensimmäisellä nauhalla binäärijonot p ja q ja laskee kolmannelle nauhalle binäärijonon $p \& q$:n. Voit olettaa, että p ja q ovat samanpituiset.
13. Laadi 3-nauhainen unaarilukujen kertolaskukone, joka saa kahdella ensimmäisellä nauhalla lukujen p ja q unaariesitykset (esim. $p = 5$ ilmaistaan 11111) ja laskee kolmannelle nauhalle niiden tulon $n = p * q$ unaarina. Voit sallia siirtosuunnan $S=p$ pysy paikallaan. Miten toteuttaisit saman yksinauhaisella standardikoneella?
14. Tarkastellaan seuraavaa epädeterminististä Turingin konetta:
 $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, q_f, q_{no})$, jonka siirtymäfunktio on määritelty seuraavasti:

$$\begin{aligned}\delta(q_0, 0) &= \{q_0, 1, R\}, (q_1, 1, R)\} \\ \delta(q_1, 1) &= \{q_2, 0, L\} \\ \delta(q_2, 1) &= \{q_0, 1, R\} \\ \delta(q_1, <) &= \{q_f, <, R\}\end{aligned}$$

Mitä kone tekee? Vihje: simuloi koneen toimintaa erilaisilla bittijonoilla. (Halutessasi voit käyttää JFLAP:ia apunasi.)

15. Laadi epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen $\{ww|w \in \{a, b\}^*\}$.
16. Saadaanko yhdistetyt luvut tunnistavasta epädeterministisestä Turingin koneesta TEST_COMPOSITE (ks. luentokalvot 5.3.3, kuva 5.11) alkulukutestin suorittava kone vaihtamalla sen hyväksyvä ja hylkäävä lopputila keskenään? Perustele vastauksesi!
17. Kuvaa (epäformaalisti) epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa seuraavan kielen: Kielen sanat ovat muotoa $w_1\#w_2\#\dots\#w_n$ millä tahansa n siten että kaikilla i $w_i \in \{a, b\}^*$ ja jollain j w_j on luvun j binääriesitys. Huom! Hyödynnä epädeterminismia mahdollisimman paljon, ts. suosi konetta, jonka polut haarautuvat usein, mutta yksittäiset haarat ovat lyhyitä. (Kone arvaa oikean polun epädeterministisesti.)
18. Laadi epädeterministinen, 2-nauhainen osasummakone, joka saa 1. nauhalla tekijät $x_1, \dots, x_n$ unaarina, #-merkillä erotettuina, 2. nauhalla luvun K unaarina, ja tutkii, löytyykö 1. nauhaltalta osasumma, joka on K . Esim. jonosta $1\#1111\#11$ löytyy osasumma $K = 111$. (Osasummassa siis valittava epädeterministisesti tekijät, joiden summa on K , jos sellaiset löytyvät.)
19. Muodosta standardimallinen Turingin kone, joka aloittaa tyhjältä nauhaltalta ja tuottaa mahdollisimman monta 1:tä nauhalleen ennen pysähtymistään. (Koneen on siis pysähdyttävä lopuksi!) Kone saa koostua korkeintaan 3 tilasta sekä hyväksyvästä lopputilasta.
20. Anna rajoittamaton (tai kontekstillinen) kielioppi, joka generoi kielen $L = \{a^i b^{2i} a^i | i > 0\}$. Anna merkkijonon $aabbbbbaa$ johto kyseisessä kieliopissa!
21. Chomsky uskoi, että luonnollinen kieli voidaan kuvata kontekstillisellä kieliopilla, jonka kaikki produktiot voidaan esittää muodossa:

$$S \rightarrow \epsilon \text{ or } \alpha A \beta \rightarrow \alpha \omega \beta,$$
missä A on välikeysimboli ja $\omega \neq \epsilon$. Anna esimerkki jostain kielen rakenteesta, joka edellyttää tällaista "kontekstia" $\alpha_ \beta$! Uskotko, että kaikki luonnollisen kielen rakenteet voidaan kuvata kontekstillisellä kieliopilla?