

Harjoituksia rajoittamattomista kielioppeista ja universaalikoneista

1. Anna rajoittamaton (tai kontekstillinen) kielioppi, joka generoi kielen $L = \{a^i b^{2i} a^i \mid i > 0\}$. Anna merkkijonon $aabbbbbaa$ johto kyseisessä kieliopissa!
2. Chomsky uskoi, että luonnollinen kieli voidaan kuvata kontekstillisellä kieliopilla, jonka kaikki produktiot voidaan esittää muodossa:

$$S \rightarrow \epsilon \text{ or } \alpha A \beta \rightarrow \alpha \omega \beta,$$

missä A on välikeymboli ja $\omega \neq \epsilon$. Anna esimerkki jostain kielen rakenteesta, joka edellyttää tällaista ”kontekstia” $\alpha_ \beta$! Uskotko, että kaikki luonnollisen kielen rakenteet voidaan kuvata kontekstillisellä kieliopilla?

3. Universaali Turingin kone on kutsunut kaikki maailmankaikkeuden Turingin koneet Universumin laajuiseen Turing-symposiumiin, joka pidetään Hilbertin hotellissa. Turingin koneiden huonevaraukset on tehty koneiden koodeilla c_M . Riittääkö jokaiselle koneelle oma huone, jos hotellissa ei ole muita vieraita? Miten jaat huoneet?
4. Mitkä ovat seuraavien Turingin koneiden koodit?

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \delta(q_0, 0) = (q_0, 0, R) \\ & \delta(q_0, 1) = (q_0, 1, R) \\ & \delta(q_0, <) = (q_{yes}, <, L) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & \delta(q_0, 0) = (q_1, 0, R) \\ & \delta(q_0, 1) = (q_{no}, 1, R) \\ & \delta(q_0, <) = (q_{no}, <, L) \\ & \delta(q_1, 0) = (q_{yes}, 0, R) \\ & \delta(q_1, 1) = (q_0, 1, R) \\ & \delta(q_1, <) = (q_{yes}, <, L) \end{aligned}$$

5. Simuloi universaalikoneen toimintaa, kun se saa syötteenään $c_M w$ edellisen tehtävän b-kohdan koneen ja merkkijonon 0101!
6. Laadi äärellinen automaatti joka tunnistaa lailliset Turingin koneiden koodit. Mikä on vastaava säännöllinen lauseke?

7. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka tunnistaa lailliset Turingin koneiden koodit.
8. Olkoon kielet A ja B rekursiivisesti lueteltavia. (Ts. on olemassa Turingin koneet M_A ja M_B , jotka tunnistavat kyseiset kielet ja pysähtyvät ”Kyllä”-tapauksissa, mutta eivät välttämättä ”Ei”-tapauksissa.) Osoita, että kielet $A \cup B$ ja $A \cap B$ ovat myös rekursiivisesti lueteltavia ts. voit muodostaa niille Turingin koneet, jotka pysähtyvät ainakin ”Kyllä”-tapauksissa kaikilla syötteillä!
9. Olkoon A rekursiivisesti numeroituva kieli. Voitko muodostaa sen komplementtikielelle \overline{A} tunnistuskoneen koneesta M_A vaihtamalla hyväksyvän ja hylkäävän lopputilan keskenään?
10. Osoita, että kieli $\{c_M \mid M \text{ pysähtyy syötteellä } \epsilon\}$ on rekursiivisesti numeroituva, mutta ei rekursiivinen! Ts. keksi sille tunnistuskone, joka pysähtyy ”Kyllä”-tapauksissa, mutta ei välttämättä pysähdy ”Ei”-tapauksissa.