

Harjoitus 10

1. Tarkastellaan Turingin koneiden erikoista variaatiota, jonka tilat on jaettu ”kellotiloihin” ja ”pillitiloihin”. Jokaisessa tilassa kone joko soittaa kelloa tai viheltää pilliin riippuen tilan tyypistä. Muuten koneet ovat aivan tavallisia Turingin koneita. Osoita, että on ratkeamaton ongelma, tuleeko annettu kone M koskaan viheltämään pilliin syötteellä w !
2. Ovatko seuraavat ongelmat ratkeavia, osittain ratkeavia vai täysin ratkeamattomia?
 - a) Pysähtyykö annettu Turingin kone kaikilla syötteillä?
 - b) Jääkö annettu Turingin kone pysähtymättä kaikilla syötteillä?
 - c) Pysähtyykö annettu Turingin kone vähintään yhdellä syötteellä?
 - d) Jääkö annettu Turingin kone pysähtymättä vähintään yhdellä syötteellä?
3. Pystytkö laatimaan Turingin koneen, joka saa syötteenään parin $c_M w$ ja ratkaisee alle K :lla siirtymällä, pysähtyykö M syötteellä w korkeintaan K :lla siirtymällä? (K on jokin vakio.) Ts. koneesi pitäisi tunnistaa kieli $L = \{c_M w \mid M\text{:n laskenta syötteellä } w \text{ kestää } \leq K \text{ siirtymää.}\}$ ja lisäksi ratkaisukoneesi suorittaa itse $< K$ siirtymää. (Vihje: Ristiriitametodi!)
4. Etsi konkreettisia esimerkkejä ratkeamattomista ongelmista! (Muitakin kuin pysähtymisongelma.) Huom! Perustele ratkeamattomuus. Onko kyseessä osittain ratkeava (rek. numer. kieli) vai täysin ratkeamaton ongelma?
5. Ovatko seuraavat ongelmat ratkeavia vai ratkeamattomia? Mikäli ne ovat ratkeamattomia, kerro ovatko ne osittain ratkeavia vai täysin ratkeamattomia. Mikäli ne taas ovat ratkeavia, mainitse heikoin konetyyppi (äärellinen automaatti, pinoautomaatti, Turingin kone), joka ratkaisee ongelman.
 - a) Etsi mielivaltaisen polynomin $a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ kokonaislukunollakohdat!
 - b) Laadi kääntäjän virhetarkastaja, joka saa syötteenään ohjelman koodin ja tutkii, ettei ohjelma suorita ajonsa aikana 0:lla jakoa.
 - c) Tutki sisältääkö annettu tekstitiedosto joko sanat **kissa** ja **musta** tai sanat **lintu** ja **valkoinen**, mutta ei molempia.
 - d) Tarkista, että annetussa tekstitiedostossa sanaa ”eläin” seuraa sana ”viisas”, vain jos samassa lauseessa esiintyi sana ”kissa”.

e) Laadi yleinen virustestaaja, joka tunnistaa kaikki ”vaaralliset” ohjelmat ts. sellaiset, jotka voivat ajonsa aikana muuttaa systeemitiedostoja.

6. Laadi lyhyt kuvaus jostain ongelmasta samaan tapaan kuin edellisessä tehtävässä. Kirjoita ongelman kuvaus pienelle paperilapulle, niin että sitä voidaan käyttää pelissä! Yritä itse arvioida oman ongelmasi ratkeavuus ja vaikeusluokka!
7. Osallistu ongelmien luokittelupeliin! 3 harjoituspistettä jokaiselle osallistujalle.

Haastavampia:

8. Olkoon L rekursiivisesti lueteltava kieli ja \bar{L} ei-rekursiivisesti lueteltava kieli. Onko kieli L'

$$L' = \{0w | w \in L\} \cup \{1w | w \notin L\}$$

rekursiivinen, rekursiivisesti lueteltava vai ei-rekursiivisesti lueteltava? Perustele huolella!

9. Seuraavat ongelmat tiedetään ratkeamattomiksi, mutta ovatko ne osittain ratkeavia vai täysin ratkeamattomia?
 - a) Sisältääkö kieli $L(M)$ vähintään kaksi merkkijonoa?
 - b) Onko $L(M)$ äärellinen?
 - c) Onko $L(M)$ kontekstiton kieli?

10. Tiedämme, että ongelmien rekursiivisille palautukselle \leq_m pätee

i) Jos $A \leq_m B$ ja B on rekursiivisesti numeroituva, niin A on rekursiivisesti numeroituva.

i) Jos $A \leq_m B$ ja B on rekursiivinen, niin A on rekursiivinen.

Onko kieli X seuraavissa tapauksissa rekursiivinen, rekursiivisesti numeroituva vai täysin ratkeamaton?

a) Universaalikielelle U pätee $U \leq_m X$.

b) Kielelle H ja tuntemattomalle kielelle Y pätee $H \leq_m Y$ ja $Y \leq_m X$.

($H = \{c_M w | M \text{ pysähtyy syötteellä } w\}$)

c) H :n komplementille \bar{H} pätee $\bar{H} \leq_m X$.

d) Hamiltonin kehä -kielelle $HC = \{x | x \text{ koodaa verkon } G, \text{ joka sisältää Hamiltonin kehän}\}^1$ pätee $X \leq_m HC$.

¹Hamiltonin kehä=sykli, joka kulkee kulkee kaikkien solmujen kautta täsmälleen kerran.

e) $HC \leq_m X$

11. Vastaa kurssikyselyyn! Kurssikysely löytyy osoitteesta <http://cs.joensuu.fi/ärvio/>. Mainitsethan, osallistuitko ongelmalähtöiseen oppimiseen, ja millaisena sen koit! Kerro myös, jos et osallistunut ongelmalähtöiseen oppimiseen, miksi se ei sopinut sinulle. Kiitos palautteestasi!