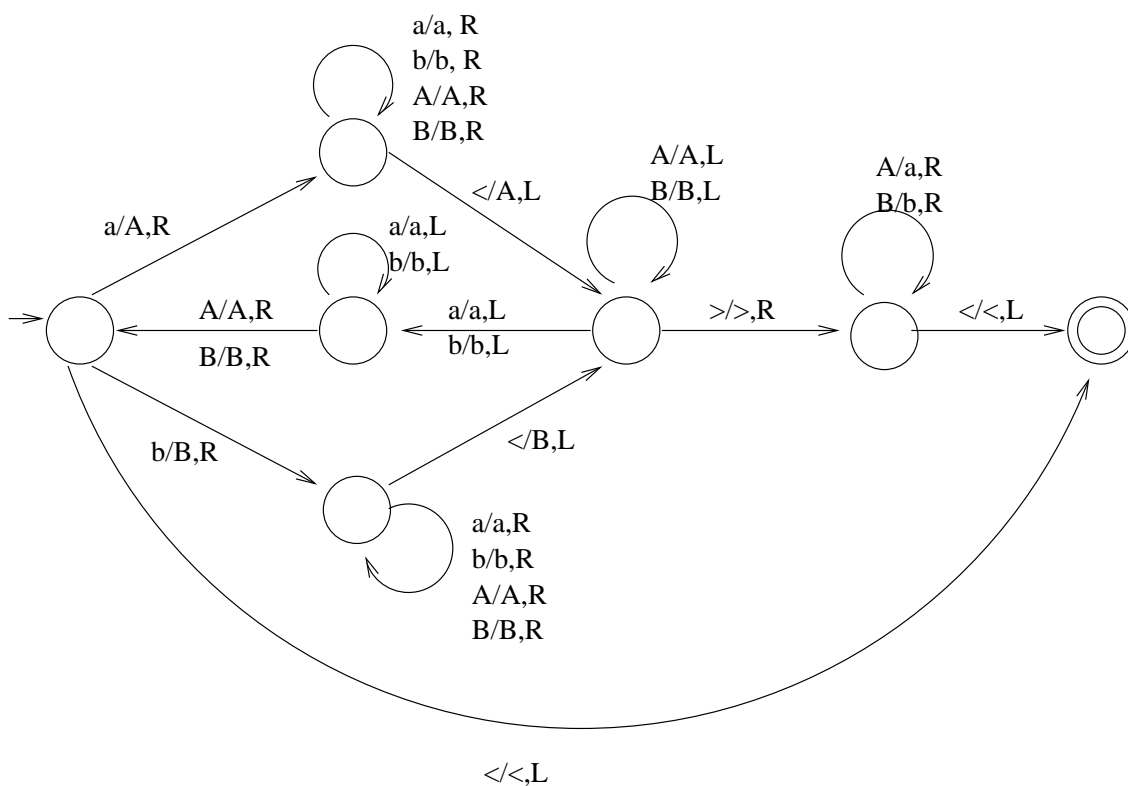


## Harjoitus 8

1. Simuloikaa annetun Turingin koneen toimintaa leikkinä. (Harjoitusten pitäjällä on muutamien erikokoisten koneiden siirtymäkaavioita mukanaan.) Mikäli ryhmässä on tarpeeksi opiskelijoita, voivat koneet kilpailla keskenään kielen tunnistuksessa. Kukin opiskelija vastaa yhtä tilaa, käy suorittamassa nauhalle tarvittavan kirjoitusoperaation, siirtää nauhapäätä ja antaa kontrollin oikealle seuraajatilalle. Hyväksyvä tai hylkäävä lopputila raportoi tunnistuksen tuloksesta. (Yksi piste kaikille leikkiin osallistujille!)
2. Mitä oheinen Turingin kone tekee? Simuloi koneen toimintaa erilaisilla  $a$ :sta ja  $b$ :stä koostuvilla merkkijonoilla!



3. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka vähentää ykkösen syötteenä annetusta binääriluvusta. Ts. kokonaisluku  $n$  annetaan binäärimuodossa merkkijonona  $x$ , jossa eniten merkitsevät bitit ovat vasemmalla ja vähiten merkitsevät

oikealla (esim.  $8=1000$ ). Jos  $n > 0$ , kone korvaa  $x:n$  luvun  $n - 1$  binääriesityksellä. Jos  $n = 0$ , koneen nauha jää entiselleen ja kone siirtyy hylkävään lopputilaan.

4. Muodosta standardimallinen Turingin kone, joka luettelee kielen  $1^n$ ,  $n = 0, 1, \dots$  kaikki sanat. Kone aloittaa siis tyhjältä nauhalta ja generoi unaariluvut  $1, 11, 111, 1111, \dots$  (Huom! Koneesi ei siis pysähdy koskaan.)
5. Muodosta Turingin kone, joka generoi kaikkien luonnollisten lukujen binääriesitykset  $0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, \dots$ . Voit esittää binäärijonot vähiten merkitsevä bitti vasemmalla.
6. Laadi Turingin kone, joka lukee syötemerkkijonoa, kunnes se löytää kaksi peräkkäistä  $a$ -kirjainta. Syötemerkkijonot koostuvat merkeistä  $a$  ja  $b$ .
7. Laadi Turingin kone, joka jakaa syötteenä annetun binääriluvun kahdella, mikäli se on parillinen. Parittomalla luvulla siirrytään hylkävään tilaan. Binääriluku esitetään
  - a) eniten merkitsevä bitti vasemmalla
  - b) vähiten merkitsevä bitti vasemmalla
8. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $\{ww^R | w \in \{a, b\}^*\}$ .
9. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka muuntaa merkkijonon  $w$  merkkijonoksi  $ww^R$  ( $w \in \{a, b\}^*$ ).
10. Laadi standardimallinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $\{w \in \{a, b\}^* | w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä}\}$ .
11. Laadi 2-nauhainen Turingin kone, joka saa 1. nauhalla syötejonon  $w \in \{a, b\}^*$  ja kirjoittaa toiselle nauhalle merkkijonon  $w^R$  ( $=w$  käänteisessä järjestyksessä). (Vihje: voit simuloida  $\epsilon$ -siirtymiä Turingin koneilla siirtymillä  $a/a, S$  tai  $b/b, S$ , missä on otettu käyttöön suunta  $S$ =pysy paikallaan.)
12. Tarkastellaan seuraavaa epädeterminististä Turingin konetta:  
 $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, q_f, q_{no})$ , jonka siirtymäfuntio on määritelty seuraavasti:
 
$$\delta(q_0, 0) = \{q_0, 1, R\}, (q_1, 1, R)\}$$

$$\delta(q_1, 1) = \{q_2, 0, L\}$$

$$\delta(q_2, 1) = \{q_0, 1, R\}$$

$$\delta(q_1, <) = \{q_f, <, R\}$$

Mitä kone tekee? Vihje: simuloi koneen toimintaa erilaisilla bittijonoilla. (Halutessasi voit käyttää JFLAP:ia apunasi.)

13. Laadi epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $\{ww|w \in \{a, b\}^*\}$ !
14. Saadaanko yhdistetyt luvut tunnistavasta epädeterministisestä Turingin koneesta TEST\_COMPOSITE (ks. luentokalvot 5.3.3, kuva 5.11) alkulukutestin suorittava kone vaihtamalla sen hyväksyvä ja hylkäävä lopputila keskenään? Perustele vastauksesi!

### Haastavampia:

15. Muodosta standardimallinen Turingin kone, joka aloittaa tyhjältä nauhalta ja tuottaa mahdollisimman monta 1:tä nauhalleen ennen pysähtymistään. (Koneen on siis pysähdyttävä lopuksi!) Kone saa koostua korkeintaan 3 tilasta sekä hyväksyvästä lopputilasta.
16. Kuva (epäformaalisti) epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa seuraavan kielen: Kielen sanat ovat muotoa  $w_1\#w_2\#\dots\#w_n$  millä tahansa  $n$  siten että kaikilla  $i$   $w_i \in \{a, b\}^*$  ja jollain  $j$   $w_j$  on luvun  $j$  binääriesitys. Huom! Hyödynnä epädeterminismia mahdollisimman paljon, ts. suosi konetta, jonka polut haarautuvat usein, mutta yksittäiset haarat ovat lyhyitä. (Kone arvaa oikean polun epädeterministisesti.)
17. Kuva (epäformaalisti) epädeterministinen Turingin kone, joka ratkaisee *Hamiltonin kehä -ongelman*: annettuna on suunnattu verkko ja tehtävänä on tutkia, löytyykö siitä polkua, joka kulkee jokaisen solmun kautta kertaalleen ennen paluutaan lähtösolmuun. (Vihje: voit käyttää moninauhaista konetta verkon tehokkaaseen esitykseen vieruslistana tai -matriisina. Voit olettaa, että aakkoset  $a, \dots, z$  riittävät solmujen nimeämiseen.)